

# **(4) ニュートリノ振動の物理**

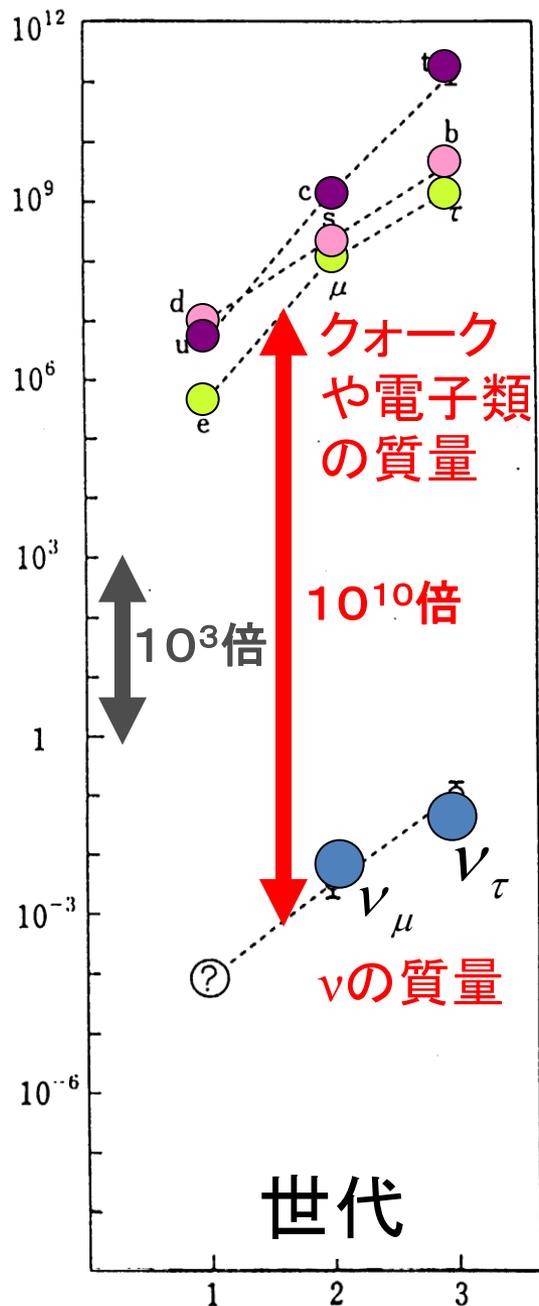
**Taka KAJINO**

**National Astronomical Observatory**

**Dept of Astronomy, Grad School of Science, University of Tokyo**

**kajino@nao.ac.jp, <http://www.cfca.nao.ac.jp/~kajino/>**

質量(電子ボルト)



ニュートリノの質量

1

他の素粒子の質量

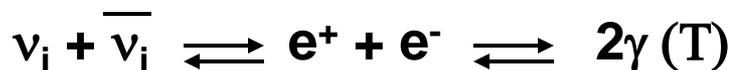
<

10,000,000,000

なぜ  $10^{10}$  ?

$$E = mc^2$$

今まで知っている素粒子の世界より  $10^{10}$  倍高い  
エネルギーの自然法則のあらわれ?



ニュートリノ質量が握る鍵

初期宇宙の統一理論?

対称性(CP)の破れとレプトン数バリオン数の生成?

Majorana か Dirac か?

クォーク混合とニュートリノ混合の大きな違い?

# Neutrino, Majorana or Dirac?

★ Oscillation → “Mass Hierarchy” !

★ We have only  $\nu_L, \bar{\nu}_R$  !

Dirac mass term:

$$\mathcal{L}_D = -m_D \overline{\nu_R^0} \nu_L^0 + \text{h. c.}$$

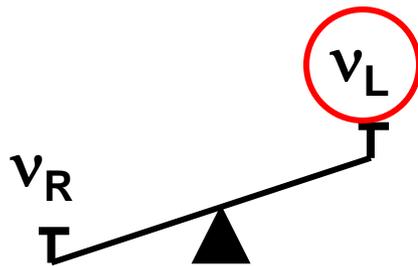
Majorana mass term:

$$\mathcal{L}_{m_L} = -\frac{m_L}{2} (\nu_L^0)^c \nu_L^0 + \text{h. c.}$$

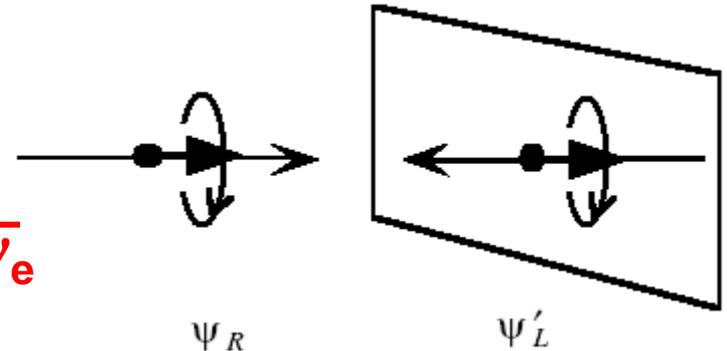
- Neutral particle
- $m(\nu_L) \neq m(\nu_R)$
- Only light  $\nu_L$  exists,  $\nu_R$  be massive  
See-saw (Yanagida 1979)

Special Relativity

Helicity flip  $\leftrightarrow$  mass



実験結果  
左巻き  $\nu_e$  右巻き  $\bar{\nu}_e$



Lepton number violation (Fukugita & Yanagida, PLB174 (1986), 45)

SN1987Aニュートリノを KAMIOKANDE & IMB で検出！

小柴昌俊ら(東大, 1987)

消えた太陽(半電子型)ニュートリノの謎 Davisら

消えた大気(ミュー粒子型)ニュートリノの謎 梶田ら(東大)

解決案: 3世代のニュートリノ( $\nu_e \nu_\mu \nu_\tau$ )は  
振動して互いに入れ替わる！

Pontecorvo (1957)、牧・中川・坂田(1962)

振動の仕方が完全に解明されていない！  $\theta_{13}$ ,  $\Delta m_{13}$ ,  $\delta_{CP}$ ?

目的

ニュートリノ真空振動、物質振動(MSW)の理解

Wolfenstein (1978), Mikheyev & Smirnov (1986)

## ディラック方程式 (Dirac-Pauli 表示)

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_0 = \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma = \beta\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

## エネルギー E, 運動量 p のニュートリノの固有状態 (m = 0)

$$\psi = u \exp \frac{i}{\hbar} (pr - Et).$$

Dirac spinor

左巻きニュートリノ

$$u(p, 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$u(p, -1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad E > 0$$

右巻き反ニュートリノ

$$v(p, 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$v(p, -1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad E < 0$$

真空振動・物質 (MSW) 振動・自己相互作用振動は、スピノール構造を変えない。  
フレーバー振動の物理で重要なのは、エネルギー質量の固有状態の時間発展。

# ニュートリノ振動の物理

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \left\{ U \begin{pmatrix} 0 & & \\ & \Delta m_{21}^2 c^4 / 2 \varepsilon_\nu & \\ & & \Delta m_{31}^2 c^4 / 2 \varepsilon_\nu \end{pmatrix} U^+ + A(n_e) \right\} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23}-c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23}-s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23}-c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23}-s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}$$

*flavor eigenstate*

*MNS matrix*  
(Maki, Nakagawa, Sakata)

*mass eigenstate*

$$A(n_e) = \begin{pmatrix} \pm\sqrt{2}G_F(\hbar c)^3 n_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad n_e : \text{電子数密度}$$

- 質量自乗差  $\Delta m_{ji}^2 \equiv m_j^2 - m_i^2$
- 混合角  $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}, c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$
- *CP* phase  $\delta = 0$  (SN- $\nu$ :  $\varepsilon(\nu_\mu) = \varepsilon(\nu_\tau)$ )

Kobayashi & Masukawa,  
Yokomakura et al., PL B544, 286

## 真空振動 (2 Flavor Neutrino の例)

$$i\hbar \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta m^2 c^4 / 2 \epsilon_\nu \end{pmatrix} U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

解: 
$$\begin{pmatrix} \nu_e(x) \\ \nu_\mu(x) \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(-i \Delta m^2 c^3 x / 2\hbar \epsilon_\nu) \end{pmatrix} U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e(0) \\ \nu_\mu(0) \end{pmatrix}$$

振動確率

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta m^2 c^3}{4\hbar \epsilon_\nu} x \right) \quad (\text{cm})$$

振動振幅は混合角  $\theta$  で決まる

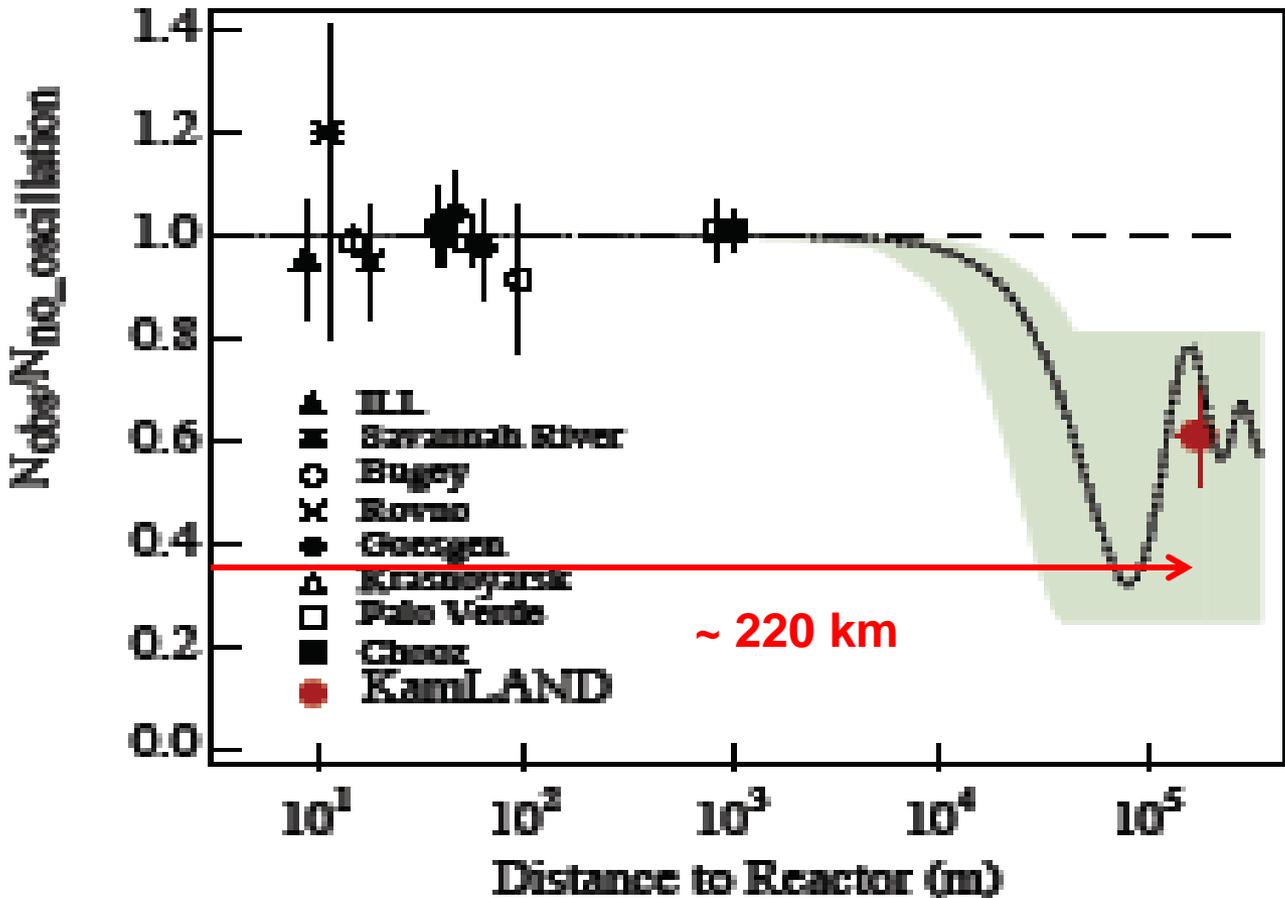
波長 
$$\lambda = \frac{4\pi\hbar\epsilon_\nu}{\Delta m^2 c^3} = 2.48 \times 10^6 \text{ (cm)} \frac{\epsilon_\nu / (10 \text{ MeV})}{\Delta m^2 / (10^{-3} \text{ eV}^2)}$$

# KamLAND Miracle !

$$L = \frac{4\pi\hbar\Sigma_j}{\otimes m^2 c^3} = 2.48 \times 10^6 \text{ (cm)} \frac{\Sigma_j / (10 \text{ MeV})}{\otimes m^2 / (10^{-3} \text{ eV}^2)}$$

1 MeV

$10^{-5} \text{ eV}^2$



**Nucl. Reactor  
at 220 km  
from KamLAND!**



**KamLAND  
@ Kamioka**

**Kashiwazaki Reactor 25GW, world biggest  
@ ~ 220 km from KamLAND**



Kashiwazaki Kariwa, 25 GW the world strongest reactor complex

# Cherenkov

## Super-Kamiokande

50,000 ton pure water

Cherenkov detector

photon yield 6 p.e./MeV

Energy threshold  $\sim 5$  MeV

Physics target

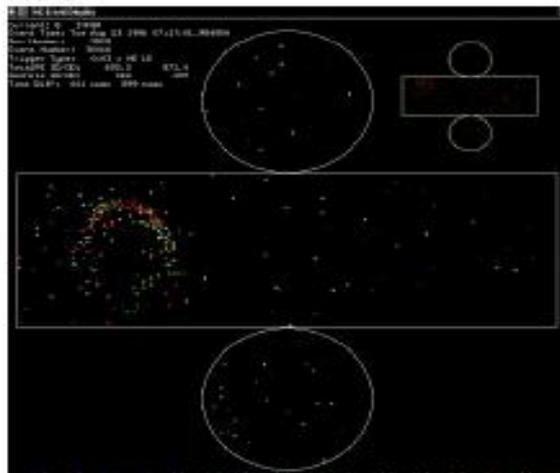
Solar neutrino

Atmospheric neutrino

Supernova neutrino

proton decay

etc.



# Scintillation

## KamLAND

1,000 ton ultra pure oil

Scintillation detector

photon yield 500 p.e./MeV

Energy threshold 0.25~4 MeV

Physics target

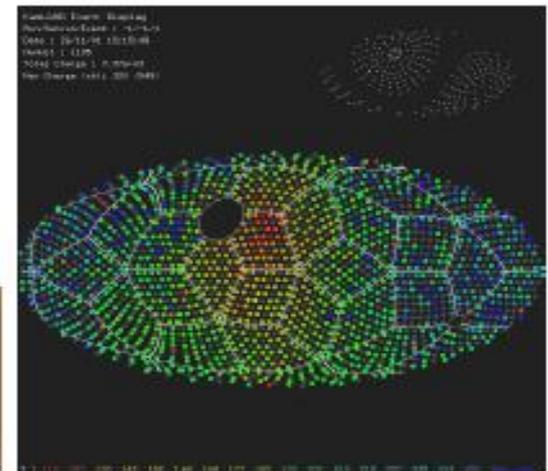
reactor neutrino

geo-neutrino

low energy solar neutrino

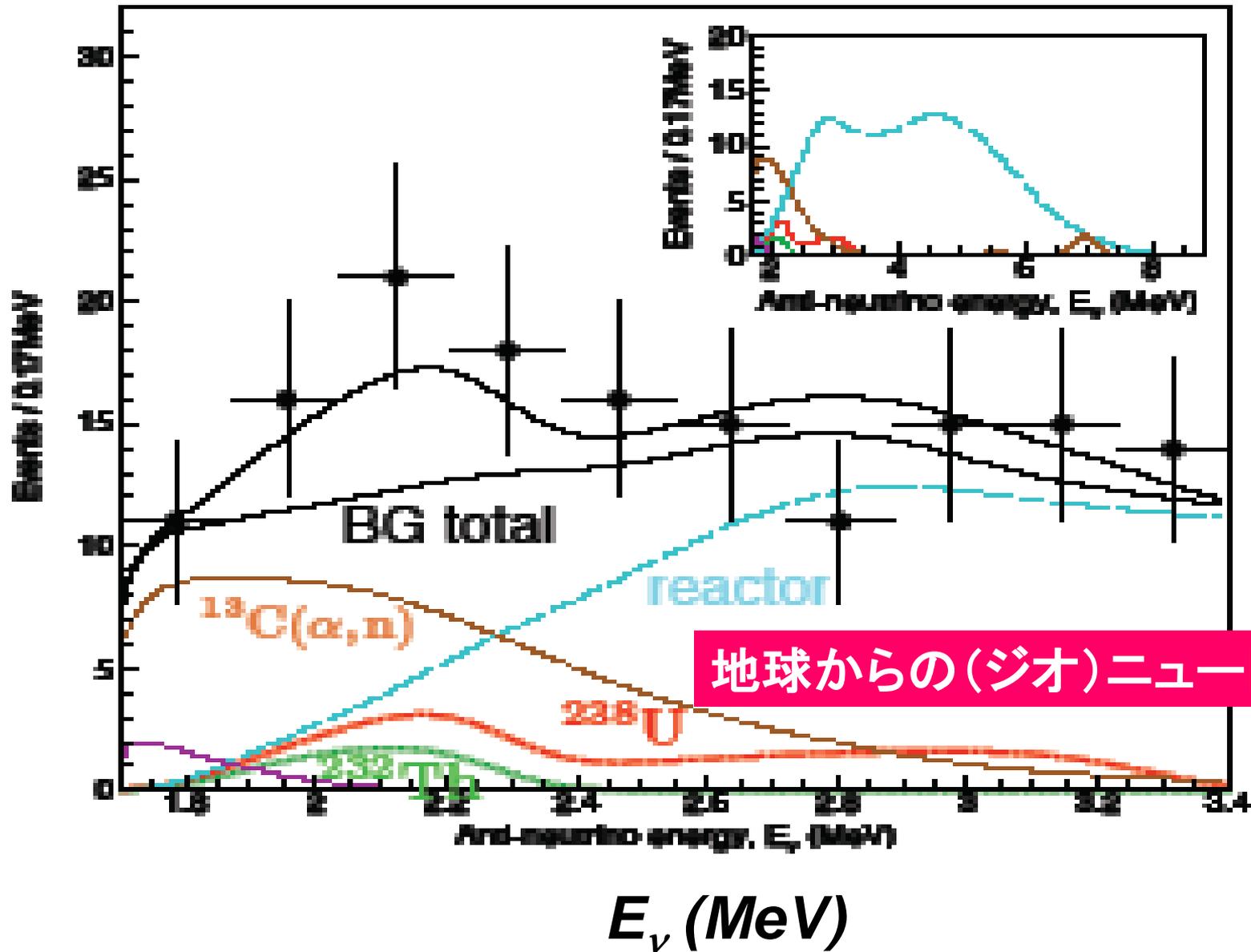
nucleon decay

etc.



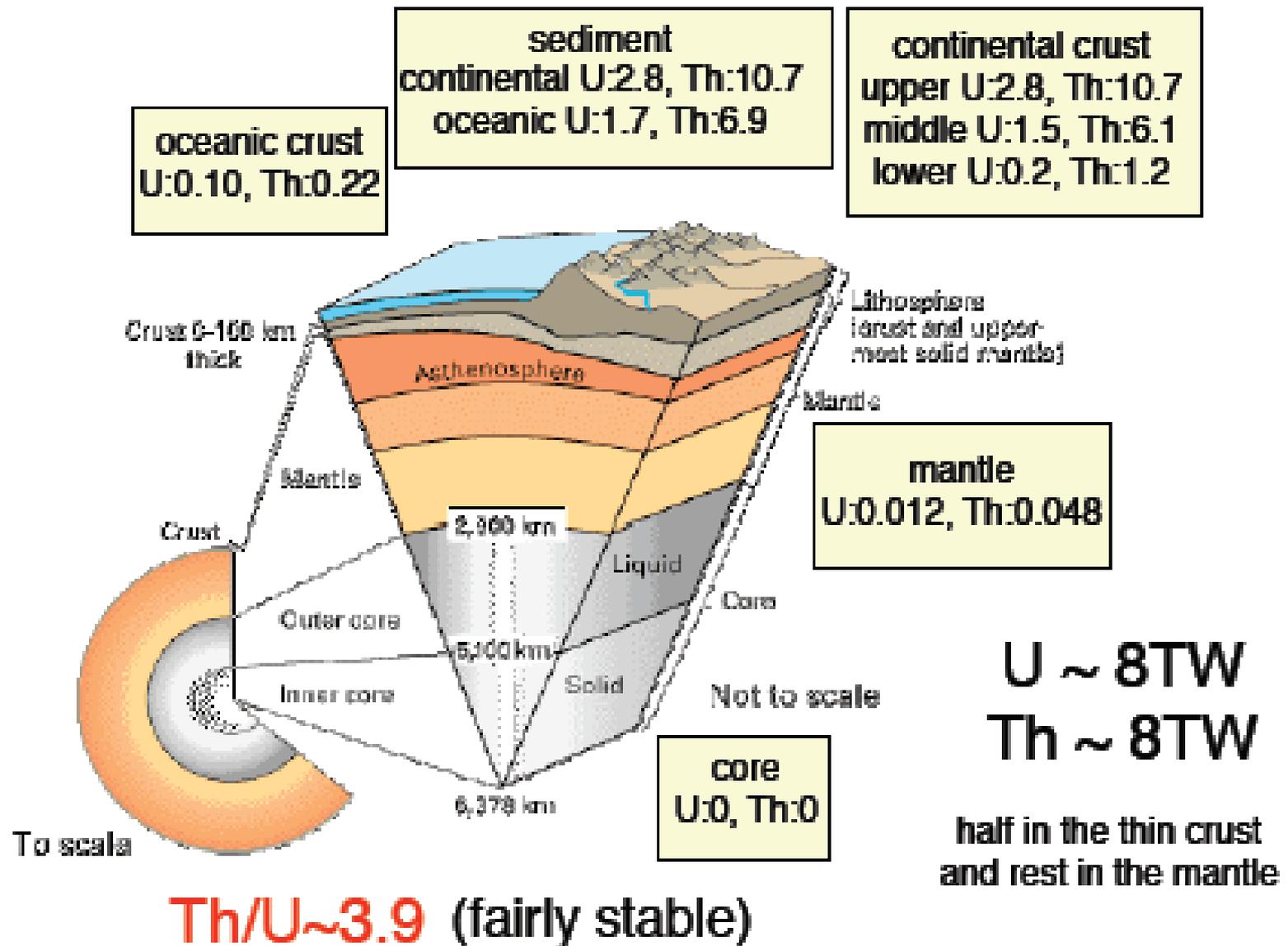
# KamLAND RESULT

Nature Vol. 436  
#7050 499-503





# Radioisotope concentration in the earth (A reference model)



# 物質振動 (2 Flavor Neutrino振動)

$$i\hbar \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \left\{ U \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta m^2 c^4 / 2 \epsilon_\nu \end{pmatrix} U^\dagger + \boxed{\begin{pmatrix} \pm \sqrt{2} G_F (\hbar c)^3 n_e & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}} \right\} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$$

## 振動確率

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\theta_m \sin^2 \left( \frac{\pi}{\lambda_m} x \right)$$

$$\sin 2\theta_m = \frac{\sin 2\theta}{\sqrt{(\pm 2\sqrt{2} \epsilon_\nu G_F (\hbar c)^3 n_e / \Delta m^2 c^4 - \cos 2\theta)^2 + \sin^2 2\theta}}$$

$$\lambda_m = \frac{\lambda}{\sqrt{(\pm 2\sqrt{2} \epsilon_\nu G_F (\hbar c)^3 n_e / \Delta m^2 c^4 - \cos 2\theta)^2 + \sin^2 2\theta}}$$

**Resonance**  $n_{e, res} = \frac{\Delta m^2 c \cos 2\theta}{2\sqrt{2} \epsilon_\nu G_F \hbar^3} \quad Y_e = \frac{m_u n_e}{\rho}$

$$\rho_{res} = \frac{m_u \Delta m^2 c \cos 2\theta}{2\sqrt{2} \epsilon_\nu G_F \hbar^3 Y_e} = 1.31 \times 10^3 \frac{\Delta m^2 c^4}{10^{-3} \text{ eV}^2} \frac{10 \text{ MeV}}{\epsilon_\nu} \frac{0.5}{Y_e} \cos 2\theta \quad (\text{g/cm}^3)$$

# 物質振動の特徴

振動確率

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\theta_m \sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda_m} x\right)$$

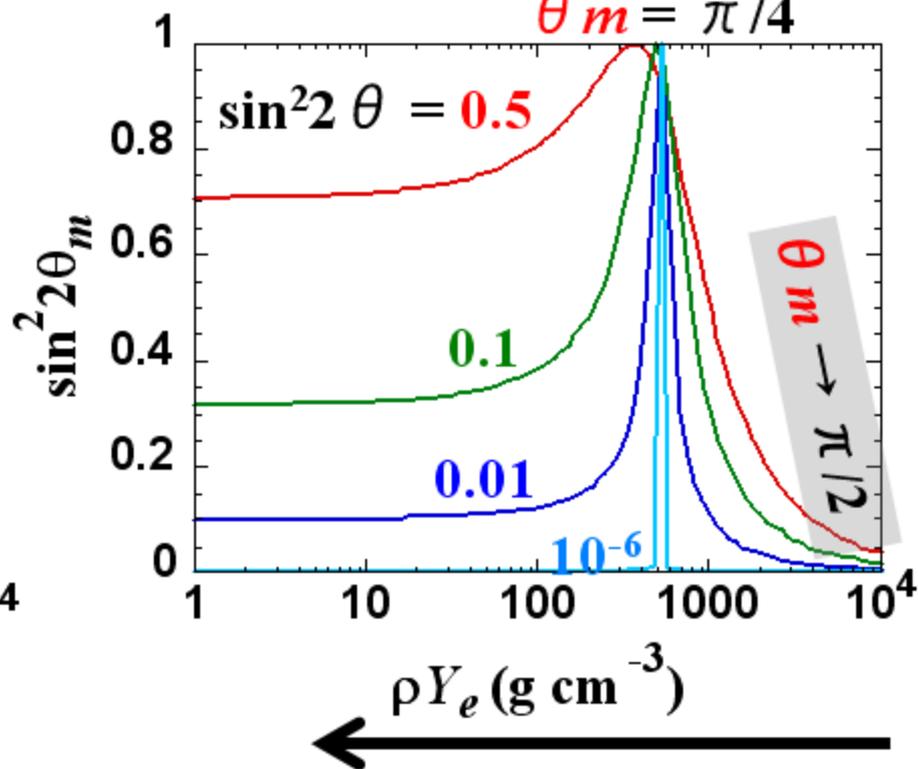
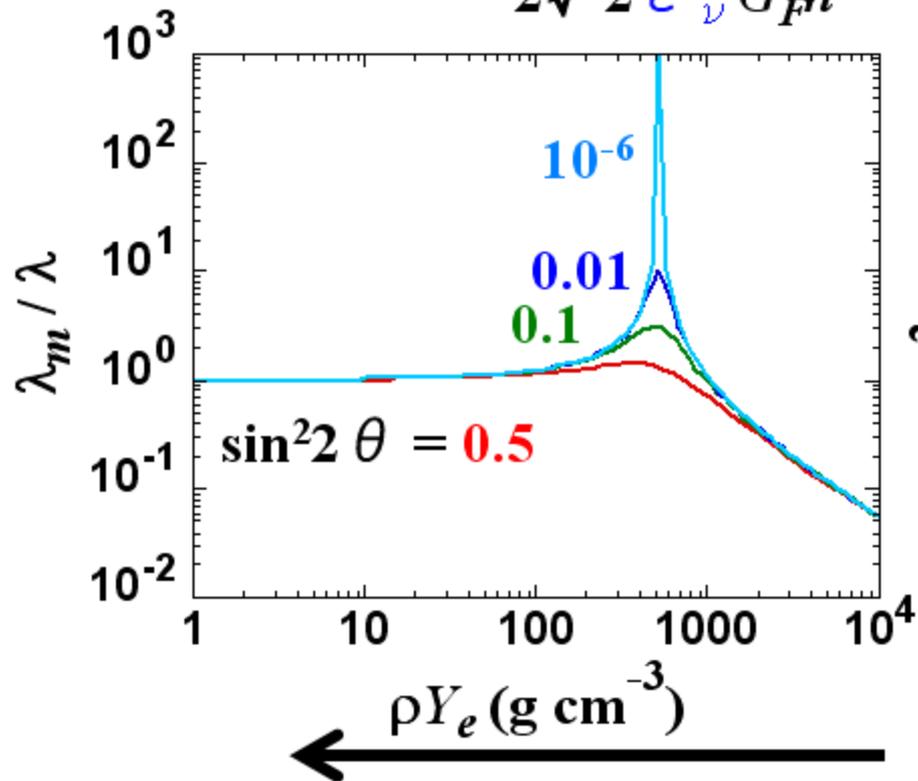
$$\lambda_m = \frac{\lambda}{\sqrt{(\pm \rho Y_e / (\rho_{res} Y_e) - 1)^2 \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta}}$$

$$\sin 2\theta_m = \frac{\lambda_m}{\lambda} \sin 2\theta$$

$$\rho_{res} Y_e = \frac{m_u \Delta m^2 c \cos 2\theta}{2\sqrt{2} \epsilon_\nu G_F \hbar^3}$$

$$\Delta m^2 = 2.4 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$\theta_m = \pi/4$$



# 密度変化と断熱条件 Energy gap ???

Effective mass (エネルギー固有値)

順質量階層

$$\tilde{m}_{2,1}^2 c^4 = \frac{2\sqrt{2} \epsilon_\nu G_F (\hbar c)^3 n_e}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(2\sqrt{2} \epsilon_\nu G_F (\hbar c)^3 n_e - \Delta m^2 c^4 \cos 2\theta)^2 + \Delta m^4 c^8 \sin^2 2\theta}$$

+: 2; -: 1

Resonanceで  $\nu_1 \rightleftharpoons \nu_2$  の遷移

断熱条件

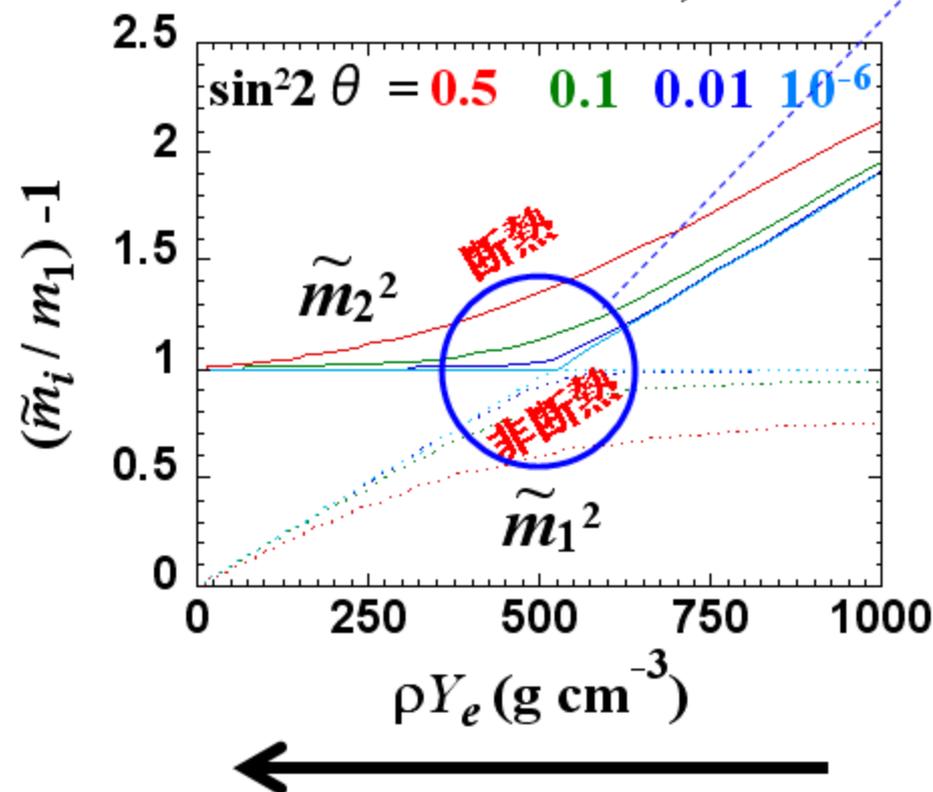
energy gap  $\times$  transition time  $\gg \hbar$

$$\frac{\Delta m^2 c^4 \sin 2\theta}{2 \epsilon_\nu} \quad \frac{1}{c} \left| \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dr} \right|^{-1} \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}$$

$$\left| \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dr} \right|^{-1} \tan 2\theta \gg \lambda_{m, res}$$

断熱  $\Rightarrow \nu_2 \rightarrow \nu_2 \quad \nu_1 \rightarrow \nu_1$

非断熱  $\Rightarrow \nu_2 \rightarrow \nu_1 \quad \nu_1 \rightarrow \nu_2$



# 超新星 Neutrino 振動

超新星neutrino  $\longrightarrow$  非常に高密度 ( $\theta_m = \pi/2$ ) から真空へ

高密度  $\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{1m} \\ \nu_{2m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{1m} \\ \nu_{2m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_{2m} \\ \nu_{1m} \end{pmatrix}$

$\nu_e = \nu_{2m}$  : charged-current potentialの効果が”重くなる”

Resonance

断熱  $\longrightarrow \nu_{2m}(=\nu_e) \rightarrow \nu_{2m} \quad \nu_{1m}(=\nu_\mu) \rightarrow \nu_{1m}$

非断熱  $\longrightarrow \nu_{2m} \rightarrow \nu_{1m} \quad \nu_{1m} \rightarrow \nu_{2m}$

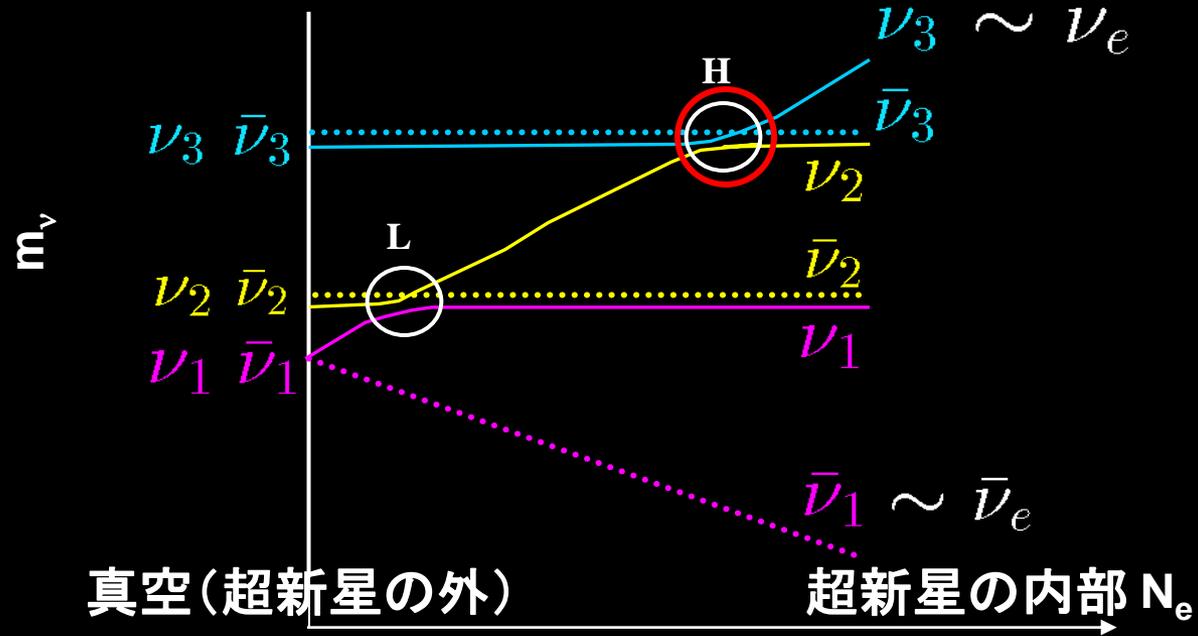
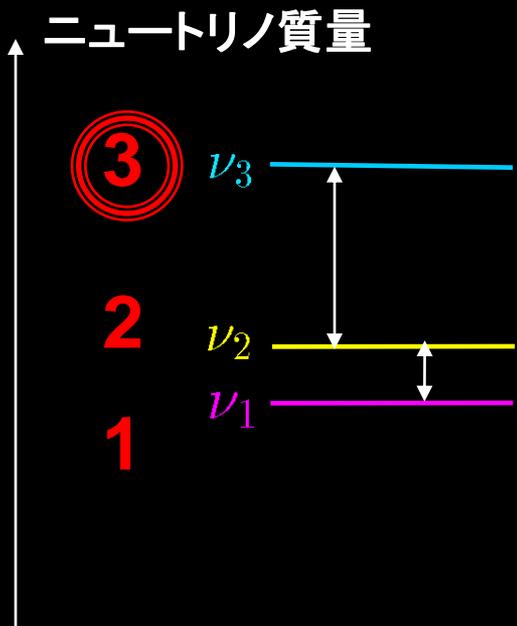
中途半端  $\longrightarrow \nu_{2m} : \nu_{1m} \rightarrow \nu_{2m} + \nu_{1m}$

真空中

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

断熱条件で決まる $\nu_1$ と $\nu_2$ の割合で”振動する”

### Normal 質量階層



### Inverted 質量階層

