レポート問題：自転と公転の運動エネルギー・略解

１）太陽の静止系からみて、地球の**並進運動エネルギー**と地球の**回転エネルギー**の比について考察せよ。

２）地球の静止系からみて、月の**並進運動エネルギー**と月の**回転エネルギー**の比について考察せよ。

まず、**一様な球体の自転と回転に関する一般的な考察**を行なっておく。

a) 質量 m, 半径 r の**一様な球体の慣性モーメント** I は、授業でも導出したように、$I = \frac{2}{5}mr^2$

従って、この球体が、角速度 ω で回転している場合の **回転エネルギー** E は

$$E = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{5}mr^2\omega^2 = \frac{1}{5}mr^2\left(\frac{2\pi}{t}\right)^2$$

ここで、$t = \frac{2\pi}{\omega}$ は自転の周期

b) 一方、公転半径 R, 公転周期 T の公転運動は、$R >> r$ のときには、近似的に並進運動とみなすことができ、そのときの速度 v は、$\mathrm{v} = \frac{2\pi R}{T}$

質量 m, 速度 v で運動している場合の**並進運動エネルギー** K は、$K = \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2$

c) 従って、回転エネルギー E と並進運動エネルギー K の比は、$\frac{E}{K} = \frac{2}{5}\left(\frac{r}{R}\cdot\frac{T}{t}\right)^2$

１）の場合：**太陽の静止系からみた地球の自転と公転**

r =6378km（赤道半径）, R =149600000km（平均公転半径）, t =1day, T =365.24dayなので

$$\frac{E}{K} \approx \frac{2}{5}\left(\frac{6400}{1500000000}\cdot 365\right)^2 \approx 9.7\times10^{-5} \approx 10^{-4}$$

従って、地球の自転による回転エネルギーは、公転の際の地球の並進運動エネルギーの
１万分の１程度である。

２）の場合：**地球の静止系からみた月の自転と公転**

r =1744km, R =384400km, $t = T$ =27.32dayなので

$$\frac{E}{K} \approx \frac{2}{5}\left(\frac{1700}{380000}\right)^2 \approx 8\times10^{-6} \approx 10^{-5}$$

従って、月の自転による回転エネルギーは、公転の際の月の並進運動エネルギーの
１０万分の１程度である。