

# ホログラフィック QCD におけるバリオンの研究

～ 超弦理論を用いた非摂動 QCD の解析 ～

名和 要武 菅沼 秀夫 古城 徹

京都大学 大学院理学研究科

## 概要

近年開発されたホログラフィック QCD 模型は、QCD の非摂動的性質を、超弦理論の摂動計算で解析的に記述可能にする驚くべき枠組みであり、現在非常に注目を集めている。またこの様な、超弦理論や重力理論と、QCD としてのゲージ理論の深遠な対応は、分野を横断していくような物理学の大局的な発展を予期させるものである。本稿では、論文[1]をもとに、原子核物理学から見たホログラフィック QCD の現象論的なレビューと、ホログラフィック QCD でのバリオンの研究を紹介する。本稿を契機に、多くの原子核研究者がこの模型を非摂動領域の新たな解析方法として手にされることを期待したい。

## 1 . はじめに：非摂動 QCD の豊かさと難しさ

QCD (量子色力学) は、カラーSU(3)の局所ゲージ対称性を持つ非可換ゲージ理論であり、クォークとグルーオンを支配する強い相互作用の基礎理論である。特にこの QCD の非可換性は、電磁相互作用にはない、ゲージ場 (つまりグルーオン) 同士の自己相互作用を与え、低エネルギー (遠距離) スケールにおいてクォークとグルーオンの**非摂動的な強結合系**を実現させている。

この非摂動的な強結合性のために、QCD は真空自身に多彩な変質を与えている。例えば、クォークと反クォークが対を組んで真空中に凝縮し、QCD の大域的な対称性であるカイラル対称性が自発的に破れる。さらに、真空中を伝播するクォークはこの強い相関のためゆっくりとしか動けず、大きな有効質量 (およそ350MeV) を獲得する。つまり我々が日常的に感じている質量のほとんどは、QCD の非摂動効果が起源であると言ってよい。また この強結合性は、クォークやグルーオンなどの色荷を持った粒子を、中間子やバリオンなどの無色 (色荷がゼロ) な粒子の内側に閉じ込め、自然界でも類例を見ないカラーの閉じ込めを実現している。その結果、低エネルギースケールでの QCD 系は、本質的に複合粒子性を有し、強相関の量子多体系としての原子核物理の研究対象となっている。その他にも、QCD の非可換性自身は、真空のトポロジカルな変質 (いわゆるインスタントン) をもたらし、これが  $\eta'$  中間子の大きな質量 (約958MeV) の起源と考えられている ( $U_A(1)$  アノマリー)。この様に、QCD は、たった1行で書き表せる基礎方程式としてのシンプルさとは対照的に、図1で概観されるような「**ミクロな階層での多様性**」を形成している [2]。

QCD はとりわけ非摂動側面に多彩で興味深い現象を有しているが、当然、非摂動領域なので解析的計算は困難である。QCD の対称性を反映し簡単化した、南部・ジョナラシニオ (NJL) 模型などの「QCD の有効模型」がしばしば用いられるのは、このような非摂動的 QCD の解析の困難さの故である。しかしこれらの有効模型の多くは、QCD との厳密な対応が不明確である上に、QCD の非摂動的性質を部分

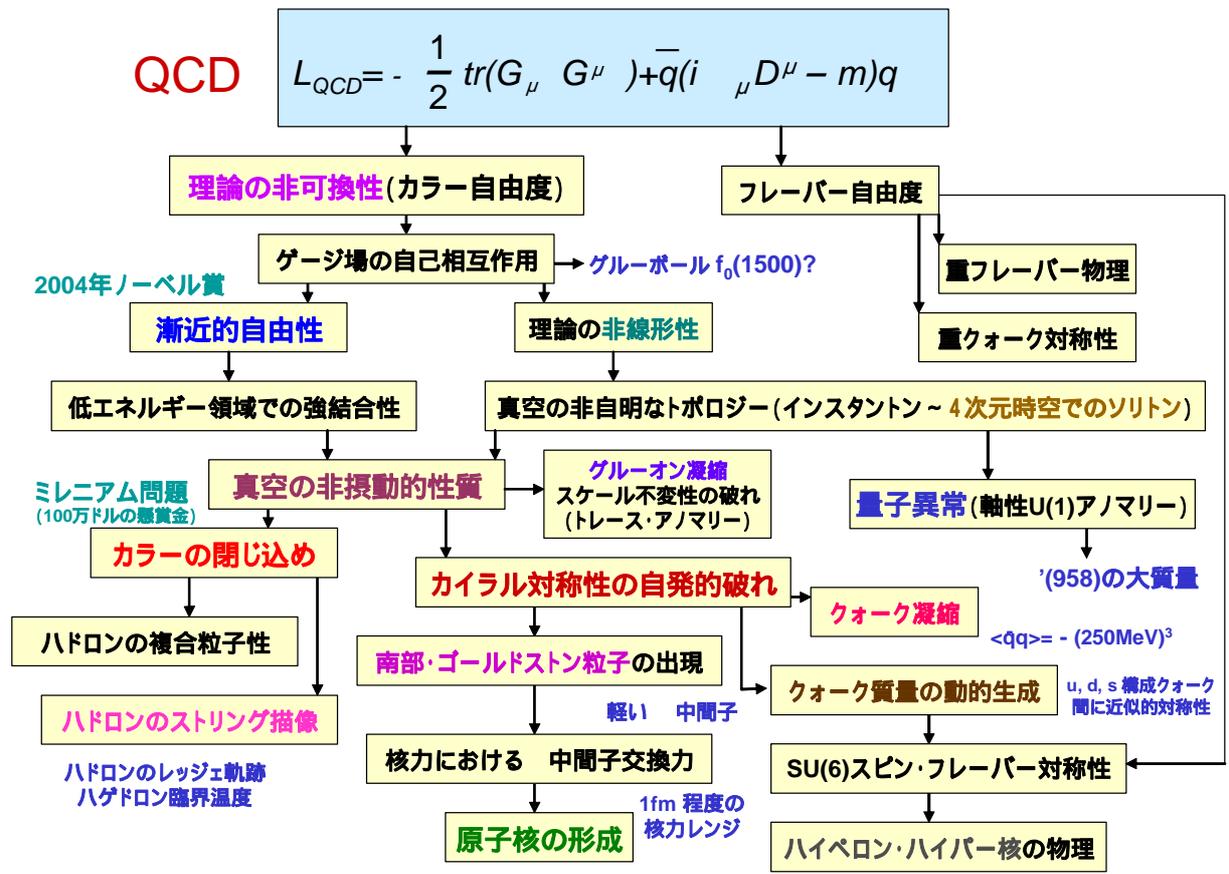


図1: QCD 物理の概略: 単純な1つの“基礎方程式”から、数百種類ものハドロンと共に、  
 極微な階層での多様な世界が作り出される。

的にしかモデル化できないため、有効模型を用いたアプローチのみからでは QCD の全体像を得るのは困難である。その点、QCD の第一原理計算である「格子 QCD 計算」は、QCD に直接基づいているという意味で信頼できる非摂動計算法であり、ゼロ温度および有限温度の QCD の非摂動領域の解析に大きな成功を収めた。ただし複雑な系に対しては、数値計算上の限界等により、格子 QCD 計算は適用範囲がかなり限られてしまうことが知られる。例えば、有限密度領域では、「サイン問題」という、物性系にもしばしば現れるような本質的な数値誤差の問題から、満足のいく解析は未だに無いというのが現状である。

従って、QCD の非摂動領域に対する解析的な方法の開発は、強い相互作用を QCD に基づいて研究していく上で、切望される重要な方向性の1つである。近年、このような方向での画期的な研究が、意外なことに、より難解そうな超弦理論の枠組みから為されつつある。そもそも通常の超弦理論は、重力を含む「全ての相互作用の超統一理論」の構築を目指して精力的に研究されてきたが、今のところ、4次元という巨視的な時空の出現機構や、SU(3) × SU(2) × U(1)という標準理論の対称性、フェルミオン質量や小林・益川行列といった標準理論のパラメータや、3世代という構造に関しても、明確な説明には至っ

ていないのが現状である。ところが、意外な副産物として、この**超弦理論の枠組みを用いて、強い相互作用の基礎理論である QCD が構築され、さらにその非摂動的な性質が、古典レベルで比較的簡単に解析できる可能性が近年示された**のである。

まず 1997 年に、Maldacena によって「AdS/CFT 対応」と呼ばれる超弦理論と超対称ゲージ理論との密接な対応関係が示され[3]、1998 年には、Witten によって、超弦理論から「超対称でないゲージ理論」を構築する方法が示された[4]。これらは主として、クォークを含まない「グルーオンのみの QCD」（ヤン・ミルズ理論）に対する非摂動的アプローチであり、グルーボールなどの性質に対する解析が行なわれた。さらに 2005 年、酒井・杉本によって、クォークを含む QCD の非摂動側面への解析的なアプローチとして、「**ホログラフィック QCD 模型**」が提案された[5]。これは、**非摂動的な QCD の性質を、超弦理論の摂動計算で解析可能にする**という驚くべき枠組みであり、前述したカイラル対称性の自発的破れや、カラーの閉じ込め現象、また中間子の質量スペクトルや低エネルギーの中間子の現象論（ベクターメソン・ドミナンス、KSRF 関係式、GSW 模型など）を 1 つの枠組みで統一的に記述することに成功した[5]。

しかし以下で議論するように、ホログラフィック QCD の実際的な計算においては、対象となる QCD に対して「large  $N_c$ 」または「 $1/N_c$  展開」と呼ばれる展開スキームを用いて定式化している。そもそも  $1/N_c$  展開とは、1974 年に 'tHooft が提案した「強結合 QCD に対する摂動展開法」であり、QCD の結合定数ではなくて「 $1/N_c$ 」（即ち  $1/3$ ）を摂動パラメータとみなした摂動展開である[6]。この展開法は、QCD の低エネルギーの現象論をある程度うまく説明でき、例えば、OZI 則や  $I=1/2$  則などのハドロン反応に関する未解決の現象に対する説明を与えた。

その一方で、'tHooft の large  $N_c$  QCD の解析[6]によると、QCD は large  $N_c$  の極限で「中間子とグルーボールの弱く相互作用する系」となり、**バリオンが直接的な自由度では現れない**ことが知られる。従ってここで、ではホログラフィック模型でバリオンをどう記述すれば良いかという問題が上がってくることになる。そこで我々は、研究[1]で「**カイラル・ソリトン描像**」をホログラフィック模型に導入し、**中間子場のソリトン解としてバリオンの記述を試みた**。

まず本稿の前半では、ホログラフィック QCD 模型のハドロン現象論から見たレビューを紹介し、後半で、カイラル・ソリトン描像の導入とバリオンの実験値（質量・半径）との比較を議論することにする。

## 2 . 超弦理論の D ブレーンから QCD を作る

本節ではまず、超弦理論の D ブレーンを用いた、質量ゼロのクォークを含む massless QCD の構成法を紹介する。この適切な構成によって、ホログラフィック模型の枠組み全体が、摂動領域から非摂動領域に至るまで、QCD の対応物であると理解することができる。

まず、フェルミオンを含む超弦理論は、量子異常（アノマリー）を避けて、10 次元時空上で議論される（これを「臨界次元」と言う）。さらに、10 次元時空上の「基本弦」に対して、「D ブレーン」（Dirichlet membrane の略）という膜状のソリトンが存在することが Polchinsky らによって示された。特に  $D_p$  ブレーンと言った場合、10 次元時空上の  $(p+1)$  次元の膜を意味する（1 は時間次元）。さらに  $D_p$  ブレーンと  $Dp$  ブレーン上に両端を持つ「開弦」のことを  $p$ - $p'$  弦と呼ぶ。同一の  $D_p$  ブレーンの表面上に両端を

持つ  $p$ - $p$  弦は、10 次元時空上に 10 個の振動モードとしての質量ゼロのボソンと、それらの「超対称パートナー」としての 10 個の質量ゼロのフェルミオンを誘起させる。つまり簡単に言えば、10 次元時空上において、D プレーンの表面にある開弦から、質量ゼロのボソンとフェルミオンが出てくるのである。

## 2 - 1 . 超弦理論によるヤン・ミルズ理論の構成

そこでまず、開弦の振動モードから、質量ゼロのグルーオンを作ることを考える。そのために、 $N_c$  枚の D4 プレーン ( $N_c$  は QCD のカラー数に対応) を用意する。D4 プレーンとは、10 次元時空上の 5 次元の膜であり、我々が体感している平坦な 4 次元時空  $x_{0-3}$  と、さらに 1 つの余剰空間  $x_4$  に広がっているものとする (表 1 を参照)。D4 プレーンの表面に現れる開弦としての 4-4 弦は、 $N_c$  枚の D4 プレーンのどれに端を持つかという自由度を持つため、

4-4 弦から出てくる振動モードは  $N_c \times N_c$  の行列で表される。特に、4-4 弦から振動モードとして出てくる 10 個のボソン場のうちの 4 個で構成されたベクトル場  $A_{\mu=0-3}^{a,b}$  は、カラーの足を 2 つ持つ行列で表され、D4 プレーンの  $U(N_c)$  局所ゲージ対称性に対する随伴表現となる。これをホログラフィックモデルでは質量ゼロのグルーオン場に対応させる。今、準備したいのはグルーオン場だけなので、4-4 弦から出てくる残りのボソンや超対称パートナーのフェルミオン (グルイーノ) は重くなって、問題にしているエネルギースケールではダイナミクスに効かなくなって欲しいところである。そこで、D4 プレーンを 5 次元目の方向  $x_4$  に半径  $M_{\text{KK}}^{-1}$  ( $M_{\text{KK}}$  は Kaluza-Klein 質量と呼ばれる、理論の紫外発散のカットオフ・スケール) でコンパクト化して繋げて、さらに 4-4 弦から出る全てのフェルミオンに対して、このコンパクト化した 5 次元方向に関して  $\psi(x_\mu, x_4 + 2\pi M_{\text{KK}}^{-1}) = -\psi(x_\mu, x_4)$  の反周期境界条件を課す。量子力学レベルの簡単な計算から、この反周期境界条件によって、もともと質量ゼロで 4-4 弦から誘起された全てのフェルミオンが 4 次元時空上では  $M_{\text{KK}}$  スケールの大きな質量を獲得することが示せる。さらに、この反周期境界条件はフェルミオンにだけ課されるため、ボソンとフェルミオンの間の対称性である超対称性が破れ、結果的に 4-4 弦から出る残りのボソン場も量子効果でやはり  $M_{\text{KK}}$  スケールの大きな質量を獲得することになる。これによって、4-4 弦の振動モードから、グルーオン場だけを質量ゼロの自由度として残すことができる。

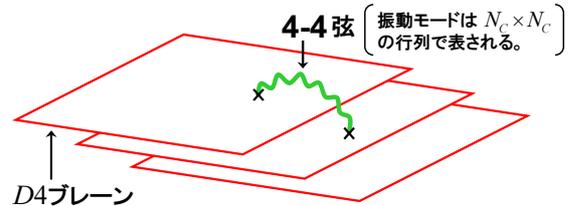


図 2 :重なった  $N_c$  枚の D4 プレーンと、その表面に両端を持つ 4-4 弦。

## 2 - 2 . 超弦理論によるクォークを含む QCD の構成

ここでさらに、massless QCD の構成として、質量ゼロのクォーク自由度を導入する必要がある。そのために、酒井・杉本は、さきほどの  $N_c$  枚の D4 プレーンに加えて、 $N_f$  枚の D8 と  $\overline{\text{D8}}$  プレーン ( $N_f$  は QCD のフレーバ数に対応) という 2 種類の膜を、図 3 と表 1 の様に導入した。ここで、 $\overline{\text{D8}}$  プレーンとは、D8 プレーンに比べて逆の向き付けつまりカイラリティを持つものとする。すると、さきほどの 4-4 弦に加えて 4-8 弦という開弦が 10 次元時空上に新たに現れるが、4-8 弦はその 2 つの端点を、 $N_c$  枚の D4 プレーンと、 $N_f$  枚の D8 もしくは  $\overline{\text{D8}}$  プレーンのどれに持つかという意味で、カラー・フレーバ・

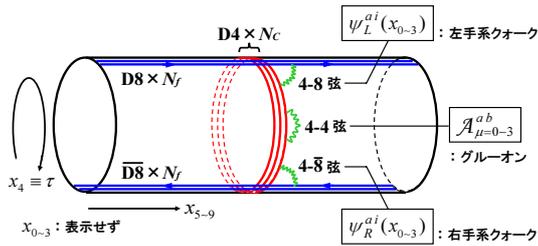


図3：ホログラフィック QCD 模型における、10次元時空中の D4/D8/ $\overline{D8}$  ブレーンの配位。D4 ブレーンは5次元の膜だが、我々が体感している平坦な4次元時空  $x_{0-3}$  は左図には書かれていないので、D4 ブレーンは残りの  $x_4$  座標方向にのみ1次元的に広がった、コンパクト化された円 で図示されている。

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D4	○	○	○	○	○					
D8- $\overline{D8}$	○	○	○	○		○	○	○	○	○

表1：D4/D8/ $\overline{D8}$  ブレーンの配位。○ は、ブレーンが広がっている時空を指す。  $x_{0-3}$  は我々が体感している平坦な4次元時空、  $x_{5-9}$  は剰余空間を意味する。

カイラリティの足を持つことになる。特に、4-8 弦の振動スペクトルから、質量ゼロのフェルミオン  $\psi_L^{a,i}, \psi_R^{a,i}$  ( $a$  はカラーの足、  $i$  はフレーバの足) が出ることを示されるが、これが D4 ブレーンの  $U(N_c)$  対称性、D8 ブレーンの  $U(N_f)$  対称性の基本表現であり、さらにカイラリティの足を持つことから、これが質量ゼロのクォーク場であると解釈される。

以上をもって、D4・D8・ $\overline{D8}$  のブレーンを10次元時空中に適切に配位することによって、その表面の開弦の振動モードから、QCD を構成したことになる。

### 3. ゲージ/重力双対性に基づく QCD の非摂動側面へのアプローチ

前節では、D ブレーンを10次元時空中に配位して、massless QCD を構成した。さて、D ブレーンの質量は、その枚数に比例するため、枚数の多い D ブレーンは周囲の空間を歪めるようになる。その結果、D ブレーンの存在は「時空の歪み」に代表され、超重力理論で記述されるようになる。従ってここで、D ブレーンを仲介として、ゲージ理論と重力理論

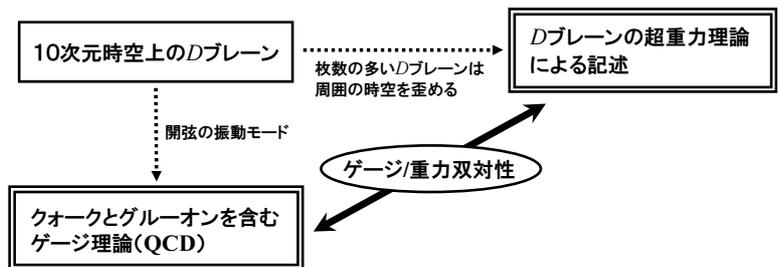


図4：ゲージ/重力双対性の概念図。

が関係づくことになり(図4参照) これをおよそ「**ゲージ/重力双対性**」と言う。この双対性の存在は、素粒子論研究者の多くが信じているが、厳密な証明はまだ無いのが現状である。

ここでさらに、QCD の非摂動側面の解析として「**プローブ近似**」を用いる。すなわち、  $N_f \ll N_c$  とみなして、  $N_c$  枚の D4 ブレーンだけ非常に重いとして歪んだ時空で表現する一方、  $N_f$  枚の D8 と  $\overline{D8}$  ブレーンはプローブとして D4 ブレーンの歪んだ重力背景場の上に配位し、クォークのブレーンである D8 や  $\overline{D8}$  からの反作用は無視する近似をとる。これはしばしば、質量の軽い物体と重い物体の存在する重力

系に例えられる。つまり、重い物体の方だけ歪んだ空間で表現する一方、軽い物体による時空の歪みは無視して、系全体のダイナミクスを近似的に解くのである（図5参照）。

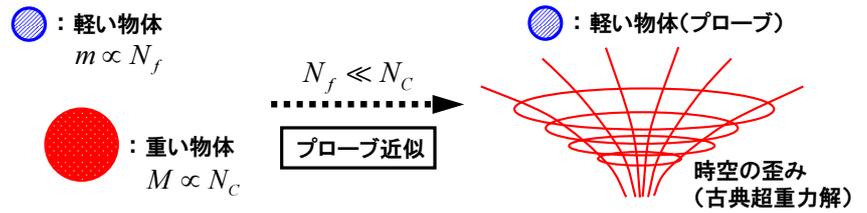


図5：プローブ近似の概念図。

このDブレーン系でのプローブ近似は、QCDにおける「クエンチ近似」に対応していると考えられる。

クエンチ近似とは、QCD真空の非摂動性を「グルーオンの動的効果」のみで記述する一方、クォーク場はグルーオンが作る非摂動な真空中を伝搬する「プローブ」として導入し、クォークの真空への反作用は無視する近似である。このようなクエンチ近似は、格子QCD計算においては、かなり良い近似であると考えられており、カラーの閉じ込めやカイラル対称性の自発的破れ、インスタントンなどのQCDの非摂動的性質の多くや、大部分のハドロンの質量も高い精度で再現する。従って、このクエンチ近似との概念的な対応からも、ホログラフィックQCDにおける、D8ブレーン（クォークのブレーン）に対する「プローブ近似」は物理的に良い近似であると期待される。

重力理論側では、古典計算がもちろん取り扱いやすい。この重力理論側での古典計算の近似の良さ（もう少し具体的に言えば、弦の結合定数が小さく、弦のループの量子効果が無視できる。またさらに弦の局所場近似が良い）が、それと双対になっているゲージ理論に以下の2つの制限を加えることが分かる：

$$g_{\text{YM}}^4 \ll \frac{1}{g_{\text{YM}}^2 N_C} \ll 1 \quad (1.1)$$

ここで、 $\lambda \equiv g_{\text{YM}}^2 N_C$  は'tHooft 結合定数と呼ばれ、 $N_C$  が十分大きいゲージ理論の有効結合定数を与える。条件 (1.1) が成立するためには、「 $N_C \rightarrow \infty$ 、 $\lambda$  は固定かつ十分大きい」、つまり強結合ゲージ理論もしくは非摂動QCDが対応することになる。従ってここで、超弦理論（重力理論）の**摂動側面**と、QCDの**非摂動側面**が双対になっている。これは、驚くべきことに、QCDの非摂動側面を、超弦理論の言葉で焼き直すと摂動領域で解析計算できることを示唆している。

#### 4．カイラル対称性の破れと、カラー閉じ込め現象の関係

D4 ブレーンを古典重力解で置きかえたあとの、10次元時空間の様子は、QCDの非摂動領域の2つの重要な性質であるカイラル対称性の破れとカラーの閉じ込め現象の関係に、興味深い示唆を与えている。

例えば、D8と $\overline{\text{D8}}$ ブレーンは互いに逆向きのカイラリティを持っていたが、非常に重いD4ブレーンによって生じた10次元時空間上のホライゾン（計量が定義できない領域）のためにブレーンが

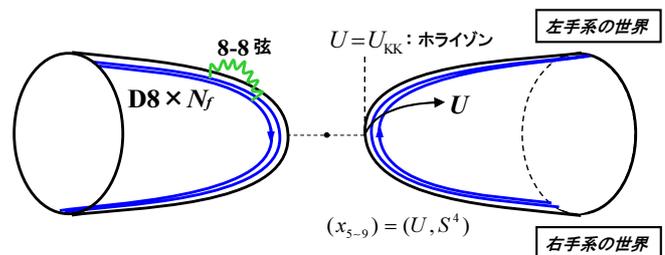


図6：D4 ブレーンの古典重力解を背景とした、プローブのD8ブレーン。

大きく歪められて互いにつながってしまう(図6参照)。つまり対称性が  $U(N_f)_{D8} \times U(N_f)_{D8}^- \rightarrow U(N_f)_{D8}$  と破れることになり、これは QCD のカイラル対称性の破れと解釈される。

また一方で、カラー量子数は  $N_c$  枚の D4 ブレーンだけが担っているため、クォークやグルーオンのような色を帯びた粒子は、D4 ブレーン近傍の開弦の振動モードからしか出てこない(図3参照)。つまり、D4 ブレーンを古典重力解で置き換えた後は、色を帯びた粒子はホライゾンの「内側」に入ってしまった、「外側」から(つまり低エネルギーの遠距離スケール)では見えなくなる。これは QCD のカラーの閉じ込め現象と解釈できる。

これらの考察から、ホログラフィック模型は、2つの相転移が QCD では「同時に」起こることを示唆しているように思える。もう少し端的に言うと、もともと独立だった「右手系」と「左手系」の2つの世界が、QCD の強結合性のために生じた5次元目の「ワーム・ホール」によってつながってしまい(=カイラル対称性の自発的破れ)、一方で、色を帯びた粒子はそのワーム・ホールに吸い込まれる(=カラー閉じ込め現象)。

QCD の非摂動領域における格子 QCD 計算においても、2つの相転移は同じ臨界温度(約 170 MeV)を持つことが知られる。このように、ホログラフィック模型の予言と、格子 QCD の非摂動計算の対応を深く考察していくことは、今後も重要であろう。

上述したように、D4 ブレーンを古典重力解で置き換えたあとは、カラー閉じ込めが起こったあとなので、残った D8 ブレーン上の開弦である 8-8 弦からは、振動モードとしてカラー無色な中間子の自由度が現れる。しかし、(1.1)式で議論したように、D4 ブレーンの古典重力解の近似の良さは、それと双対な QCD を large  $N_c$  にしているため、'tHooft の large  $N_c$  QCD の解析から、バリオンは直接的自由度としては現れないと考えられる。このバリオンを、ホログラフィック模型でどう記述するかが今回の研究の中心課題である。

## 5 . ホログラフィック QCD が与える、4次元の中間子有効理論

ここで具体的に、D4 ブレーンの古典超重力解を背景場とした D8 ブレーンの有効作用を考えてみる。まずは以下のような、D8 ブレーンが持つ非可換な Dirac-Born-Infeld (DBI) 作用から始める。

$$S_{D8}^{DBI} = T \int d^9 x e^{-\phi} \sqrt{-\det(g_{MN} + 2\pi\alpha' F_{MN})} \quad (1.2)$$

ここで  $T$  は D8 ブレーンの表面張力、 $\phi$  はディラトン場と呼ばれる閉弦の振動モードの一種、また  $M, N$  は D8 ブレーンが広がっている座標  $x_{0-3}, x_{5-9}$  を走る添え字である。D8 ブレーンは9次元の膜なので、作用(1.2)は9次元時空の積分を含んで書かれていることに注目されたい。この作用(1.2)の計量  $g_{MN}$  の部分に D4 ブレーンによる歪んだ時空(古典超重力解の背景場)を反映させ、さらに5次元の剰余空間  $x_{5-9}$  のうち、作用が対称的になっている4次元分だけ積分を実行してしまいうことができる。すると「9次元 - 4次元 = 5次元」で、結果的に以下のような5次元のゲージ理論が得られる。

$$S_{D8}^{DBI} \sim \kappa \int d^4 x dz \text{Tr} \left\{ \frac{1}{2} K(z)^{-\frac{1}{3}} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} + K(z) F_{\mu z} F_{\mu z} \right\} + O(F^4) \quad (1.3)$$

この作用(1.3)は、我々が体感している平坦な4次元時空  $x_{0-3}$  と、重い D4 ブレーンのために非自明に歪

んだ計量  $K(z) \equiv 1+z^2$  を持つ、5次元目の空間  $z$  の上で構成されている。以下で議論するように、この5次元のゲージ理論(1.3)は、中間子と無限個の(擬)ベクトル中間子を含む、「**中間子の統一理論**」と見なされる。

さらに、QCDの重要な対称性であるパリティとGパリティを持つ4次元の有効理論に、5次元のゲージ理論を適切に射影するために、5次元目の空間  $z$  上で完全直交性を張った特殊な基底  $\psi_{\pm}(z), \psi_n(z)$  ( $n=1, 2, \dots$ ) を使って、5次元のゲージ場  $A_{\mu}(x_{\mu}, z)$  を以下の様にモード展開する；

$$A_{\mu}(x_{\nu}, z) = \frac{1}{i} \xi^{-1}(x_{\nu}) \partial_{\mu} \xi(x_{\nu}) \psi_{+}(z) + \frac{1}{i} \xi(x_{\nu}) \partial_{\mu} \xi^{-1}(x_{\nu}) \psi_{-}(z) + \sum_{n \geq 1} B_{\mu}^{(n)}(x_{\nu}) \psi_n(z) \quad (1.4)$$

ただし  $\psi_{\pm}(z) \equiv \frac{1}{2} \pm \frac{1}{\pi} \arctan z$ 、かつ  $\psi_n(z)$  は固有値方程式：  
 $-K^{\frac{1}{2}} \partial_z (K \partial_z \psi_n) = \lambda_n \psi_n$  (ただし  $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ ) の振動する固有関数である(図7を参照)。ホログラフィック模型では、モード展開(1.4)の展開係数が**中間子場**と解釈される。すなわち、 $\xi(x_{\nu}) = e^{i\pi(x_{\nu})/f_{\pi}}$  が中間子場、 $B_{\mu}^{(n)}(x_{\nu})$  が(擬)ベクトル中間子場となる。さらに、ベクトル場  $A_{\mu}$  の5次元時空中のパリティ変換性： $A_{\mu}(-\mathbf{x}, -z) = -A_{\mu}(\mathbf{x}, z)$  と、基底関数  $\psi_n$  の  $z$  空間上のパリティ変換性： $\psi_n(-z) = (-)^{n-1} \psi_n(z)$  から、 $B_{\mu}^{(n)}(x_{\nu})$  は4次元時空中のパリティ変換性： $B_{\mu}^{(n)}(-\mathbf{x}) = (-)^n B_{\mu}^{(n)}(\mathbf{x})$  を持つことが分かる。つまりこれは、添え字( $n$ )に関して、ベクトル中間子と擬ベクトル中間子が交互に対応することを意味している。

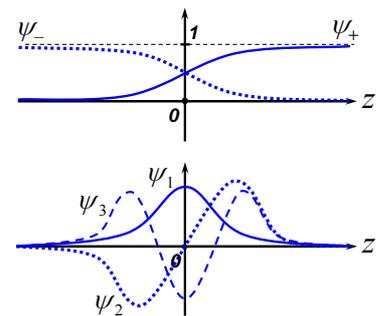


図7：5次元目の空間  $z$  上での完全直交基底  $\psi_{\pm}(z), \psi_n(z)$ 。

さて、この完全直交基底  $\psi_{\pm}(z), \psi_n(z)$  ( $n=1, 2, \dots$ ) の物理的意味だが、これは「**中間子の波動関数の5次元目の成分**」と理解することができる。例えば、モード展開(1.4)を作用(1.3)に代入することによって、(擬)ベクトル中間子場  $B_{\mu}^{(n)}(x_{\nu})$  の質量項  $\frac{1}{2} m_n^2 B_{\mu}^{(n)} B_{\mu}^{(n)}$  が作用から現れるが、この質量  $m_n$  は振動する5次元目の波動  $\psi_n(z)$  の振動固有値  $\lambda_n$  を用いて  $m_n^2 = \lambda_n$  と書けることが分かる。つまり、5次元目で激しく振動するほど、4次元時空中では質量が重くなって見えるのである。この意味で「**中間子の質量の起源は、5次元目の振動である**」と言える。

では 中間子はどうであろう？ 中間子も若干とはいえ振動する5次元目の成分  $\psi_{\pm}(z)$  を持っているが(図7参照) これは質量ゼロのクォーク(つまりカイラル極限)に対して、中間子が質量ゼロで現れなければならないことと一見して矛盾しているように思える。しかし実際、5次元目は重いD4ブレーンのためにもともと歪んでいるため、 $\psi_{\pm}(z)$  は  $\psi_n(z)$  の固有値方程式のゼロモードに対応することが分かる。つまり 中間子とは、歪んだ5次元時空のいわば「**測地線**」に対応しており、それゆえ4次元時空中では質量ゼロに見えるのである。

では、相互作用項はどうであろうか？ 上述の議論から推測されるように、ベクトル中間子や擬ベクトル中間子の質量が重いほど、5次元目の空間で激しく振動するため、中間子と(5次元時空を通して)波動関数が重ならなくなってしまう。これは4次元上に理論を射影したときに、中間子と重い(擬)ベクトル中間子の、「**より小さい結合定数**」として現れる。この傾向は、5次元目の  $z$  空間積分を数値的に実行することによって容易に確かめることができる。また、中間子との散乱断面積が、(擬)ベクトル中間子が重くなるほど小さくなることが実験的にも示唆されている[7]ことは、ホログラフィック模型

が与える 5次元時空の描像 を裏付けるものかもしれない。

さて次節では、バリオンを大振幅の 中間子の場で主に形成されたカイラル・ソリトンとして議論していく。したがって、上述した相互作用に関する考察から、質量の重い(擬)ベクトル中間子は(中間子との結合定数が小さいことから)カイラル・ソリトンの性質に効かないことが自然に予想される。そこで本研究では、主要な効果を持つ中間子として 中間子と、最も質量の軽い 中間子( $\rho_\mu \equiv B_\mu^{(1)}$ )を残して、バリオンの性質を解析し、結果的にバリオンに対する 中間子の役割をホログラフィック模型の立場から調べることとなった。以下に、5次元ゲージ理論から得られた、4次元の中間子( , )有効理論を示す。

$$\begin{aligned}
S_{\text{D8}}^{\text{DBI}} \sim & \frac{f_\pi^2}{4} \int d^4x \text{Tr}(L_\mu L_\mu) - \frac{1}{32e^2} \int d^4x \text{Tr}[L_\mu, L_\mu]^2 \\
& + m_\rho^2 \int d^4x \text{Tr}(\rho_\mu \rho_\mu) + \frac{1}{2} \int d^4x \text{Tr}(\partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu)^2 \\
& + i g_{3\rho} \int d^4x \text{Tr}\{(\partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu)[\rho_\mu, \rho_\nu]\} - \frac{1}{2} g_{4\rho} \int d^4x \text{Tr}[\rho_\mu, \rho_\nu]^2 \\
& - i g_1 \int d^4x \text{Tr}\{[\alpha_\mu, \alpha_\nu](\partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu)\} + g_2 \int d^4x \text{Tr}\{[\alpha_\mu, \alpha_\nu][\rho_\mu, \rho_\nu]\} \\
& + g_3 \int d^4x \text{Tr}\{[\alpha_\mu, \alpha_\nu](\beta_\mu, \rho_\nu) + [\rho_\mu, \beta_\nu]\} + i g_4 \int d^4x \text{Tr}\{(\partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu)(\beta_\mu, \rho_\nu) + [\rho_\mu, \beta_\nu]\} \\
& - g_5 \int d^4x \text{Tr}\{[\rho_\mu, \rho_\nu](\beta_\mu, \rho_\nu) + [\rho_\mu, \beta_\nu]\} - \frac{1}{2} g_6 \int d^4x \text{Tr}([\alpha_\mu, \rho_\nu] + [\rho_\mu, \alpha_\nu])^2 \\
& - \frac{1}{2} g_7 \int d^4x \text{Tr}([\beta_\mu, \rho_\nu] + [\rho_\mu, \beta_\nu])^2 \tag{1.5}
\end{aligned}$$

ここで、 $L_\mu \equiv (1/i)U^\dagger \partial_\mu U$  は 場の1次形式、 $\alpha_\mu, \beta_\mu$  はそれぞれ 場の擬ベクトルカレントとベクトルカレントである。超弦理論から得られた中間子場の4次元理論(1.5)の第1項と2項に、1970年代にQCDの低エネルギー有効模型として導入された「スキーム模型」が自然に現れていることは注目に値する。また、作用(1.5)は12個の結合定数を持っているが、ホログラフィック模型は、本質的に**2つのパラメータしか持たない**(紫外発散のカットオフ・スケール $M_{\text{KK}}$ と、large  $N_c$ の有効理論なので $N_c$ に比例する定数 $\kappa \propto N_c$ )。従って、例えば 中間子崩壊定数 $f_\pi = 92.4\text{MeV}$ と 中間子の質量 $m_\rho = 776.0\text{MeV}$ をインプットとして理論に与えると、全ての結合定数が事実上、一意的に決まってしまうことになる。これもホログラフィック模型の非常に強力な点である。

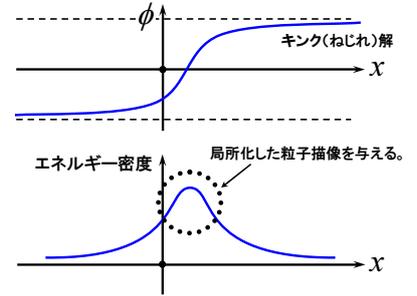
## 6 . バリオンを中間子の「ソリトン」で記述する

前節までで、超弦理論を用いて4次元の中間子有効理論を得た。本節ではその中間子の有効理論に現れるソリトンとして、バリオンの記述を試みる。

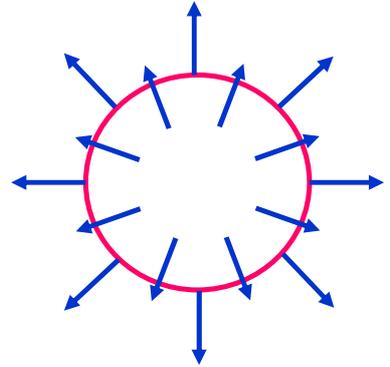
まず、ソリトンの簡単な例として、以下のようなラグランジアンに従う、(1+1)次元のスカラー場 $\phi(t, x)$ の理論を考えてみる；

$$L(t, x) = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \cdot \partial^\mu \phi) - \frac{1}{4} g (\phi^2 - m^2 / g^2)^2 \quad (1.6)$$

(1.6)が含んでいる、スカラー場の非線形な相互作用のため、一場に対する波動方程式の古典解として図8のようなキック解というソリトンの一種が安定に存在することが分かる。この場合、エネルギーを使うので、エネルギー密度を局所化した粒子描像を与える(図8参照)。これを積分すると、ソリトンの質量が求まるが、その質量は  $M_{\text{kink}} \propto 1/g$  で、結合定数に逆比例する。



ではQCDの場合はどうであろう? Wittenの large  $N_c$  [8]によると、large  $N_c$  では中間子の結合定数は  $g_{\text{meson}} \propto 1/N_c$  になり、またバリオンの質量は  $M_{\text{baryon}} \propto N_c$  で重くなって large  $N_c$  では直接的自由度では現れなくなる。これらの性質は  $M_{\text{baryon}} \propto 1/g_{\text{meson}}$  の関係を与えており、これがバリオンをソリトンで記述できるのではないかと、いわゆる「ソリトン描像」を保証するのである。そこで本研究では、ソリトン描像をホログラフィックQCDモデルに導入し、その記述を試みた。



ソリトンの議論では、解の形に自然な仮定をおいて書き易くするというのは、よくやられる手法である。そこで同様に、中間子と中間子の場に対して、バリオン数1のヘッジホッグ・ソリトン(以下、ヘッジホッグ・ソリトン)型の解を探すことにする。

$$U(\mathbf{x})^{\text{HH}} = e^{i\tau_a \hat{x}_a}$$

$$\rho_0^{\text{HH}}(\mathbf{x}) = 0, \quad \rho_i^{\text{HH}}(\mathbf{x}) = \rho_{ia}^{\text{HH}}(\mathbf{x}) \frac{\tau_a}{2} = \left\{ \varepsilon_{iab} \hat{x}_b \tilde{G}(r) \right\} \tau_a \quad (1.8)$$

ここで  $\tau_a$  とはパウリ行列である。これによって、中間子と中間子は、動径方向にのみ依存する関数  $F(r)$  と  $G(r)$  で記述される。

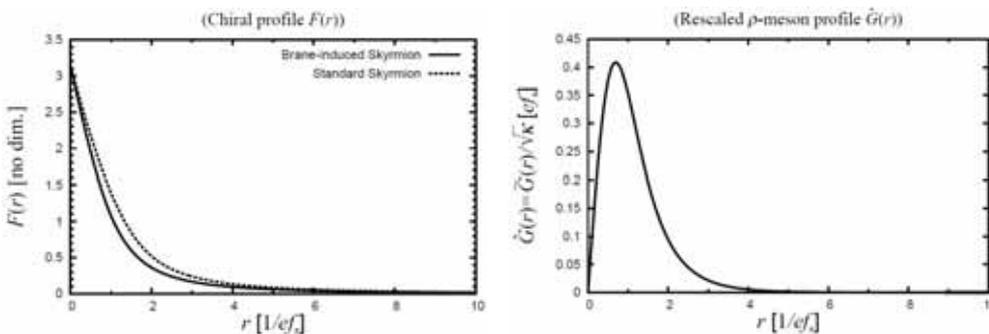


図10: 中間子の場と中間子の場に現れる、バリオン数1の安定なヘッジホッグ・ソリトン解。左側図の点線は、中間子が無い場合の計算結果。

解の仮定(1.7)・(1.8)を、ホログラフィック模型から得られる4次元の有効理論(1.5)に代入して、中間子と中間子の自由度について波動方程式を数値的に解いた結果を図10に示す。

まず、バリオンに対応する安定なヘッジホッグ・ソリトン解が存在することが数値的に示されたことに注目したい。また中間子の自由度が入ることによって、中間子が部分的に中間子に置き換わるために、中間子を入れない計算と比較して振幅 $F(r)$ が減衰しているのが見て取れる。

また、波動方程式の解が求まったので、バリオンのエネルギー密度も計算できる。興味深いのは、バリオン(カイラル・ソリトン)の全エネルギー密度と中間子を含む各相互作用項のエネルギー密度を比較した図11である。この図から、中間子はバリオンの内部で様々な相互作用項を通じてエネルギーをやりとりし、バリオン全体の質量を決めていることが明らかとなった。将来、J-PARCでは、中間子とバリオンの高エネルギー(高分解能)散乱実験が予定されている。そこで、ホログラフィック模型が予言する、**バリオン内部でのアクティブな**

**中間子の成分**を観測できないかというのが、現在の我々の期待である。

最後にバリオンの実験値(質量・半径)との比較を紹介する。前述したように、ホログラフィック模型は2つのパラメータしか持たない。そこで、インプットとして中間子の崩壊定数 $f_\pi = 92.4\text{MeV}$ と、中間子の質量 $m_\rho = 776.0\text{MeV}$ を与えた結果を表2にまとめる。

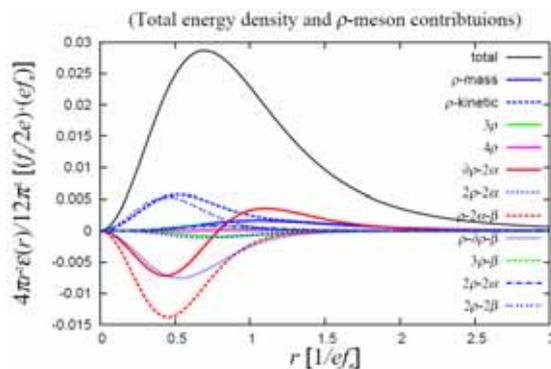


図11: バリオン(ヘッジホッグ・ソリトン)の全エネルギー密度と、中間子を含む各相互作用項のエネルギー密度の比較。 $r \sim 0$ の原点付近で、エネルギー密度が0になっているのは、球座標の測度 $4\pi r^2$ による。

表2: バリオンの実験値(質量・半径)との比較。「Brane-induced Skyrmion」はホログラフィックQCDから得られたソリトン解。「Standard Skyrmion」は中間子の自由度を考慮しないAdkinsらの計算結果[8]。Adkinsらはソリトンを半古典的量子化して、核子との質量差を再現するようにパラメータ等を決めているが、 $1/N_c$ 展開の高次の効果を評価することになるため、結果的に中間子の崩壊定数 $f_\pi$ が実験値から大きく離れているのが問題とされた。

	Brane-induced Skyrmion	Standard Skyrmion	Experiment
$f_\pi$	92.4 MeV (input)	64.5 MeV	92.4 MeV
$m_\rho$	776.0 MeV (input)	-	776.0 MeV
$e$	7.32	5.44	-
$E_{ANW} \equiv \frac{f_\pi}{2e}$	6.32 MeV	5.93 MeV	-
$r_{ANW} \equiv \frac{1}{eJ\pi}$	0.29 fm	0.56 fm	-
$M_{III}$	834.0 MeV	864.3 MeV	-
$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$	0.37 fm	0.80 fm	0.60 ~ 0.80 fm
$M_N$	-	938.9 MeV (input)	938.9 MeV
$M_\Delta - M_N$	-	293.1 MeV (input)	293.1 MeV

半古典的量子化として、実空間でヘッジホッグ・ソリトンを回転させると、質量が若干増加する傾向にあり、従って静的なソリトンの質量が  $M_{\text{HH}} \approx 834.0\text{MeV}$  というのは比較的妥当な値である。しかし、平均 2 乗半径はおよそ  $0.37\text{fm}$  と実験値に比べて小さくなる。ただしこれも、実空間でソリトンを回転させて量子化し、さらに動的な中間子雲を考慮することによって、半径の増大と実験値への漸近が期待される。

## 7. まとめ

ゲージ/重力双対性とは、ある理論の最も計算しづかった側面を、別の理論の最も計算し易い側面から解析可能にする枠組みであり、QCD の非摂動側面に、非常に強力な解析的手法を与えていると言える。これは、QCD の非摂動領域で、対称性だけの制限から手探りで有効理論を構成するものではなく、QCD の摂動領域におけるクォーク・グルーオン系と適切な配位の D ブレーン系との対応から、非摂動領域での有効理論が導かれている（つまり QCD から始まって、低エネルギーの有効理論が与えられている）ことに注目したい。また、ゲージ/重力双対性は、ブラックホール形成のような重力理論の非摂動（非線形）現象が、摂動的な QCD で解析できる可能性すら与えており[10]、分野を問わない物理学全体の大局的な発展が見込まれる。ホログラフィック QCD という枠組みを通して、原子核、素粒子、天体核の分野がより一層の物理的かつ人的交流を深めていくことを期待したい。

## 参考論文

- [1] K. Nawa, H. Suganuma and T. Kojo, Prog. Theor. Phys. Suppl. **168** (2007);  
“Baryons in holographic QCD”, hep-th/0612187 (2006) submitted to Phys. Rev. D.
- [2] 菅沼秀夫 他「量子色力学がひらいた統一の系譜」数理科学 2006 年 3 月号(サイエンス社, 2006).
- [3] J.M. Maldacena, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 231 (1998) [hep-th/9711200].
- [4] E. Witten, Adv. Theor. Math. Phys. **2**, 505 (1998).
- [5] T. Sakai and S. Sugimoto, Prog. Theor. Phys. **113**, 843 (2005); *ibid.* **114**, 1083 (2006).
- [6] G. 'tHooft, Nucl. Phys. **B72**, 461 (1974); **B75**, 461 (1974).
- [7] Particle Data Group, (W.M. Yao et al.), J. Phys. **G33**, 1 (2006).
- [8] G.S. Adkins, C.R. Nappi and E. Witten, Nucl. Phys. **B228**, 552 (1983).
- [9] T.H.R. Skyrme, Nucl. Phys. **31**, 556 (1962).
- [10] L. Alvarez-Gaume, C. Gomez and M.A. Vazquez-Mozo, hep-th/0611312.