

# 格子 QCD による クォーク・反クォーク系の励起状態における UV グルーオンの役割の解析

土居孝寛<sup>A1</sup>, 筒井翔一郎<sup>A</sup>, 藤林翔<sup>B</sup>, 上田宏史<sup>A</sup>, 入谷匠<sup>A</sup>, 菅沼秀夫<sup>A</sup>  
京都大学 理学研究科 原子核論研究室<sup>A</sup>, 京都大学 理学研究科 天体核研究室<sup>B</sup>

SU(3) 格子 QCD を用いて, 空間的に固定されたクォーク・反クォーク系の基底状態及び低い励起状態のポテンシャルエネルギーに関する研究を行った. グルーオンの高運動量成分に対して UV カットを導入することで, 基底状態と励起状態のポテンシャルに対する高運動量グルーオン (UV グルーオン) の寄与を定量的に調べた. 1.5GeV 以上の UV グルーオンをカットしても, 基底状態のポテンシャルの長距離部分, 即ち, クォークに対する閉じ込め力はほとんど変化しなかった. 一方で UV グルーオンのカットによる励起状態のポテンシャルの変化は基底状態より顕著であった.

## 1 はじめに

QED とは異なり, 量子色力学 (QCD) においては, メソン系のクォークと反クォークのカラー電場は 1 次元的に絞られ, カラー・フラックス・チューブが形成される. その結果, 赤外領域に線形の閉じ込めポテンシャルが生じる [1]. 実際,  $Q\bar{Q}$ 系[2] と  $3Q$ 系 [3] におけるカラー・フラックス・チューブの形成は格子 QCD 計算によって確認されている.

ハドロンのフラックス・チューブ描像は, 赤外領域での弦的描像として理想化され, 図 1 のような弦的励起が予想される. この弦モードはクォーク起源の励起ではなく, グルーオンの励起であるとみなせる. このようなグルーオンの励起状態はハイブリッド・ハドロン ( $q\bar{q}G$  and  $qqqG$ ) として解釈でき, これはクォーク模型の枠組みを超えた, 興味深いハドロンである [3].

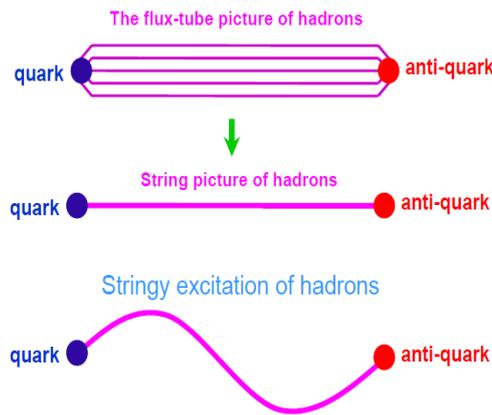


図 1: ハドロンの弦的励起の概念図. この励起はグルーオンの励起とみなせる.

格子 QCD におけるウィルソン・ループの解析から, 空間的に固定された  $Q\bar{Q}$ 系 [4],  $3Q$ 系 [5] の基底状態及び励起状態のポテンシャルエネルギーが計算できる. より簡単な  $Q\bar{Q}$ 系に対して, グルーオンの励起の振る舞いは, 短距離部分では異なるものの, 赤外領域では弦的励起でほぼ説明できる [4].

<sup>1</sup>e-mail address: doi@ruby.scphys.kyoto-u.ac.jp

先行研究では、基底状態に対する赤外、紫外領域のグルーオン (IR/UV グルーオン) の寄与が研究されていて [6], ランダウ・ゲージでは閉じ込めポテンシャルはグルーオンの 1.5GeV 以上の高運動量成分をカットしてもほとんど変化しない [6]. これは閉じ込め現象は UV グルーオンとはほとんど無関係である事を意味している.

本研究では、 $Q\bar{Q}$  系の基底状態だけでなく、低い励起状態偶パリティの励起状態ポテンシャルに対しても UV グルーオンの寄与を調べた [7]. ここでは、クーロン・ゲージでの 3次元グルーオン運動量空間に UV カットを導入することで、励起状態のポテンシャルに対する UV グルーオンの寄与を研究した.

## 2 手法

### 2.1 格子 QCD における励起状態ポテンシャルの導出法

まず、空間的に固定された  $Q\bar{Q}$  系の励起状態のポテンシャルの導出法を示す [5].  $Q\bar{Q}$  系での QCD ハミルトニアン  $H$  の  $n$  番目の固有状態を  $|n\rangle$  と表す. つまり、 $H|n\rangle = V_n|n\rangle$  であり、 $V_n$  は  $n$  番目の励起状態のポテンシャルを表す. 任意の  $Q\bar{Q}$  状態  $|\phi_k\rangle$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) を考えると、一般に、それらは  $Q\bar{Q}$  固有状態の線形結合で表わされる:

$$|\phi_k\rangle = c_0^k |0\rangle + c_1^k |1\rangle + c_2^k |2\rangle + \dots \quad (1)$$

$Q\bar{Q}$  状態  $|\phi_k(t)\rangle$  のユークリッド時空中での時間発展は、演算子  $e^{-Ht}$  で表わされ、格子 QCD の転送行列に対応する.  $\langle\phi_j(T)|\phi_k(0)\rangle$  は一般化されたウィルソン・ループ  $W_T^{jk}$  で表され、ハイゼンベルク表示で

$$W_T^{jk} \equiv \langle\phi_j(T)|\phi_k(0)\rangle = \langle\phi_j|e^{-HT}|\phi_k\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{c}_n^j e^{-V_n T} c_n^k \quad (2)$$

と表わされる.  $\bar{c}_n^j \equiv (c_n^j)^*$  は複素共役を表す. 行列  $C$  と  $\Lambda_T$  を  $C^{nk} = c_n^k$ ,  $\Lambda_T^{mn} = e^{-V_n T} \delta^{mn}$  のように導入すると、上の関係式は  $W_T = C^\dagger \Lambda_T C$  と書き直せる. 一般には、 $C$  はユニタリ行列ではない事に注意する. ここで、行列  $W_T^{-1} W_{T+1}$  の固有値として  $e^{-V_n}$  が求められる. 実際、行列  $W_T^{-1} W_{T+1}$  に関する永年方程式は、

$$\det \{W_T^{-1} W_{T+1} - t\mathbf{1}\} = \prod_n (e^{-V_n} - t) = 0 \quad (3)$$

であり、この解は  $e^{-V_n}$  である. この方法で、ウィルソン・ループの成す行列  $W_T^{-1} W_{T+1}$  からポテンシャル  $V_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) が得られる.

実際の計算では、我々はゲージ不変な  $Q\bar{Q}$  状態  $|\phi_k\rangle$  を、スメアリングの方法を用いて得られたファット・リンクをから構成し [5], 様々な始状態  $|\phi_k\rangle$  と終状態  $|\phi_j\rangle$  で挟んだウィルソン・ループを計算する. 永年方程式 (3) を有限次元の行列に近似して解き、基底状態と励起状態のポテンシャルを得た.

### 2.2 離散フーリエ変換とグルーオンの運動量成分の UV カット

サイズ  $L^4$  の周期的格子に定義されたリンク変数  $U_\mu(x) \in \text{SU}(3)$  に対する 3次元フーリエ変換を考え、3次元の運動量空間に UV カットを導入する [6]. 一般に、ゲージの自由度のせいでグルーオンは

物理的でない運動量を持つ。なるべく物理的な運動量のみを扱うために、我々はクーロン・ゲージにゲージ固定した。クーロン・ゲージは空間的なゲージ配位のゆらぎの全積分

$$R \equiv \int d^3x \operatorname{tr} \{A_i(\vec{x}, t)A_i(\vec{x}, t)\} = \frac{1}{2} \int d^3x A_i^a(\vec{x}, t)A_i^a(\vec{x}, t) \quad (4)$$

を最小にするゲージなので、ゲージの自由度による運動量が最小限に抑えられると期待する。

また、サイズ  $L^4$  の周期的格子上的リンク変数  $U_\mu(x) \in \text{SU}(3)$  の 3次元フーリエ変換

$$\tilde{U}_\mu(\vec{p}, t) \equiv \frac{1}{L^3} \sum_{\vec{x}} U_\mu(\vec{x}, t) \exp(i\vec{p} \cdot \vec{x}) \quad (5)$$

と、運動量空間におけるリンク変数の UV カット

$$\tilde{U}_\mu^\Lambda(\vec{p}, t) \equiv \begin{cases} \tilde{U}_\mu(\vec{p}, t) & \text{for } |\vec{p}| \leq \Lambda_{\text{UV}} \\ 0 & \text{for } |\vec{p}| > \Lambda_{\text{UV}} \end{cases} \quad (6)$$

を施す。この”運動量空間で UV カットを施したリンク変数”  $\tilde{U}_\mu^\Lambda(\vec{p}, t)$  の逆フーリエ変換を求め、 $\text{SU}(3)$  射影をすれば [6], UV カットしたリンク変数  $U_\mu^\Lambda(\vec{x}, t) \in \text{SU}(3)$  が得られる。

### 3 UV グルーオンをカットした場合の基底、励起状態の $Q\bar{Q}$ 系のポテンシャル

UV グルーオンをカットした場合としない場合の  $Q\bar{Q}$  系の基底状態及び励起状態のポテンシャルに対する格子 QCD の結果を示す。本研究では、等方的プラケット格子作用を用いて  $\beta \equiv \frac{2N_c}{g^2} = 6.0$  のクエンチレベルでの計算を行った [7]。格子サイズは  $16^4$  で、周期的境界条件を課している。この条件で格子 QCD 計算をする事は、座標空間での格子間隔  $a \simeq 0.104\text{fm}$ 、運動量空間での格子間隔  $a_p \equiv 2\pi/(La) \simeq 0.74\text{GeV}$  に対応している。100個のゲージ配位を使用し、簡単のため我々は偶パリティの励起状態のポテンシャルのみを考える。スミアリング・パラメータ  $\alpha = 2.3$  で、スミアリングの回数  $N_{\text{smr}} = 0, 8, 16, 24$

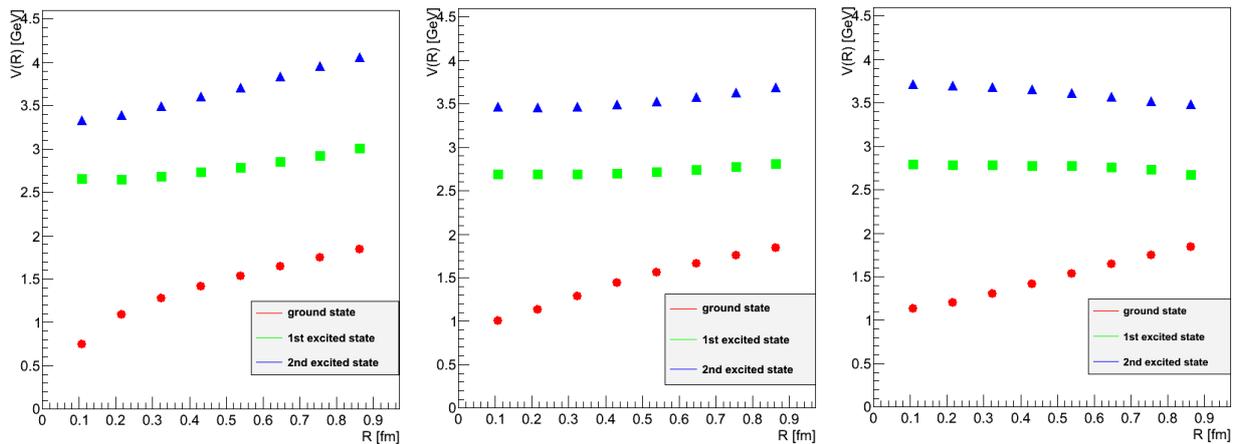


図 2: クォーク間の距離  $R$  に対する  $Q\bar{Q}$  系の基底状態、励起状態のポテンシャル。左図は UV カット無し、中央は  $\Lambda_{\text{UV}} = 3a_p \simeq 2.2\text{GeV}$  の UV カットの場合、右図は  $\Lambda_{\text{UV}} = 2a_p \simeq 1.5\text{GeV}$  の UV カットの場合。丸は基底状態、三角と四角は偶パリティの励起状態に対するポテンシャルを表す。

の場合のファット・リンクで  $Q\bar{Q}$  系  $|\phi_k\rangle$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) を構成し,  $V_n$  を求めた [5].

図 2 に,  $Q\bar{Q}$  系の基底状態, 励起状態のポテンシャルの UV カット依存性を示した. UV カットをしない場合, 基底状態と励起状態の長距離部分の傾きはほぼ同じである. これは, 先行の格子 QCD の研究 [4] と整合する.

$\Lambda_{UV} = 3a_p \simeq 2.2\text{GeV}$  以上の UV グルーオンをカットすると, 基底状態の短距離クーロン部分は減衰し, ほぼ線型ポテンシャルになる.  $\Lambda_{UV} = 2a_p \simeq 1.5\text{GeV}$  以上のカットの場合, 基底状態のポテンシャルの短距離クーロン部分は消える. これらの傾向は先行研究 [6] と整合する.

基底状態のポテンシャルが短距離部分以外あまり変わらなかったのに対し, 励起状態のポテンシャルの形は  $\Lambda_{UV} = 1.5, 2.2\text{GeV}$  のグルーオンの UV カットで大きく変化する. どの場合でも, UV カットによる励起状態のポテンシャルの変化は基底状態のポテンシャルの変化よりも顕著である.

この結果は弦的描像で自然に理解できる.  $Q\bar{Q}$  系の弦的励起ではクォーク間距離  $R$  に比例する典型的な波長  $l_n = \frac{R}{\pi n}$  が存在し, より高い励起モードではこの典型的な波長は小さくなる. よって, UV カットの長さ  $1/\Lambda_{UV}$  がこの弦的励起の典型的な波長  $l_n$  よりも大きくなると, UV グルーオン・カットによる影響が顕著になると予想できる. 我々の格子 QCD の結果では, UV グルーオン・カットの効果は高い励起に対してはより大きく [7], 弦的描像での傾向と定性的に一致する.

## 4 まとめ

我々は SU(3) 格子 QCD を用いて, 空間的に固定されたクォーク・反クォーク系の, 基底状態及び偶パリティの低い励起状態に対して, 高運動量ポテンシャルのグルーオンの寄与を調べた. クーロン・ゲージでの 3次元グルーオン運動量空間に UV カットを導入することで, 励起状態のポテンシャルに対する UV グルーオンの寄与を研究した.  $1.5\text{GeV}$  以上の UV グルーオンをカットしても, 基底状態のポテンシャルの長距離部分の閉じ込め力はほとんど変化しなかった. 他方, 励起状態のポテンシャルは UV グルーオンのカットに対して基底状態よりもより顕著に変化した.

## 参考文献

- [1] Y. Nambu, Phys. Rev. **D10** (1974) 4262.
- [2] G. S. Bali, K. Schilling and C. Schlichter, Phys. Rev. **D51** (1995) 5165 [hep-lat/9409005].
- [3] H. Ichie, V. Bornyakov, T. Streuer and G. Schierholz, Nucl. Phys. **A721** (2003) 899.  
T.T. Takahashi, H. Suganuma, H. Ichie et al., Nucl. Phys. **A721** (2003) 926.  
V.G. Bornyakov, H. Ichie et al. [DIK Collaboration], Phys. Rev. **D70** (2004) 054506.
- [4] K. J. Juge, J. Kuti and C. Morningstar, Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 161601 [hep-lat/0207004].
- [5] T. T. Takahashi, H. Suganuma, Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 182001, PRD **70** (2004) 074506.
- [6] A. Yamamoto, H. Suganuma, Phys. Rev. Lett. **101** (2008) 241601, PRD **79** (2009) 054504.
- [7] H. Ueda, T. Doi, S. Fujibayashi, S. Tsutsui, T. Iritani and H. Suganuma, Proc. of Science (Lattice 2012) (2012) 211.